توصیف نیمه کلاسیک مگنت‌های غیرهایزنبرگی غیرهمسانگرد برای اسپین $S=1$ و دینامیک برانگیختگی‌های چهارقطبی خطی

یوسف یوسفی[۱*]، حکمت مومن اف[۲]

[۱].گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی ۳۶۹۷- ۱۹۳۹۵ ایران، تهران

[2] . انستیتوی فیزیک-تکنیکی اس او عمراف، آکادمی علوم جمهوری تاجیکستان

(تاریخ دریافت :۱۳۹۳/۰۲/۰۱ ، تاریخ تصویب ۱۳۹۳/۰۹/۲۰)

چکیده

در این مقاله، لاگرانژین و معادلاتی که هامیلتونین غیرهایزنبرگی غیرهمسانگرد را توصیف می‌کند، مطالعه شده است. در این تحقیق از حالت‌های همدوس در پارامتر حقیقی و انتگرال مسیر فاینمن در گروه SU(۳)، استفاده شده است. این معادلات دینامیک غیرخطی زنجیر فرومغناطیس غیرهایزنبرگی را به طور کامل توصیف می‌کنند. جواب‌های این معادلات سالیتون‌های مغناطیسی هستند (در این مطالعه محاسبه نشده‌اند). این معادلات نشان می‌دهند که برای فرومغناطیس غیرهمسانگرد، اندازه متوسط گشتاور چهارقطبی (برانگیختگی) ثابت نبوده و دینامیک آن شامل دو قسمت می‌باشد. یک قسمت چرخش حول بردار اسپین کلاسیک و دیگری مربوط به تغییر اندازه گشتاور چهارقطبی است. معادله پاشندگی موج اسپینی برای شاخه‌های دوقطبی و چهارقطبی برای برانگیختگی‌های خطی کوچک از حالت پایه (خلاء) محاسبه شده است. این معادلات نشان می‌دهند که هر دو شاخه دوقطبی و چهارقطبی در گروه SU(۳) برای هامیلتونین (۱) غیرپاشنده است.

واژگان کلیدی:حالت های همدوس، مگنت، مدل غیرهایزنبرگی.

Semiclassical description of anisotropic Non-Heisenberg magnets for spin S=1 and linear quadrupole excitation dynamics

Yousef Yousefi*[1]: Khikmat Muminov[2]

[1] Address: Department of Physics, Payame Noor University, Tehran, IRAN

[2] Address: Physical Technical Institute Named After S. U. Umarov, Academy of Science, Dushanbe, Tajikistan

Abstract

In this paper, Lagrangian and equations describing one-dimensional anisotropic non-Heisenberg model are studied. In this study we used the generalized coherent states in real parametrizations and the Feynman path integral for these states in SU(3) group. These equations describe nonlinear dynamics of non-Heisenberg ferromagnetic chain completely. Solutions of these equations are magnetic solitons, (that are not studied in this paper).These equations shown that for anisotropic ferromagnets, the magnitude of average quadruple moment (excitation) is not constant and its dynamics consists of two parts. One part is rotational dynamics around the classical spin vector and the other related to change of magnitude of quadruple moment. Then dissipative spin wave equation for dipole and quadruple branches is obtained if there is a small linear excitation in the ground (vacuum) state. These equations show that both dipole and quadrupole branches in SU(3) group in the Hamiltonian (1) in this problem are dispersion.

Keywords: Coherent States, Non-Heisenberg model, Magnet

Email : youssadegh3638@gmail.com

مقدمه

امروزه، مطالعه مگنت های با مقدار اسپین $S \geq 1$ بخاطر نتایج مربوط به برانگیختگی‌های چندقطبی، اهمیت زیادی پیدا کرده است. بررسی هامیلتونین‌های اسپینی همسانگرد یا غیرهمسانگرد با جملات غیرهایزنبرگی دارای پیچیدگی‌های خاصی بخاطر دینامیک مربوط به این برانگیختگی‌ها می‌باشد. [۱,۲,۳]

در بررسی‌های گذشته فقط برانگیختگی‌های دوقطبی در نظر گرفته می‌شد و از برانگیختگی‌های چهارقطبی بالاتر صرفنظر می‌شد اما با پیشرفت علوم ریاضی و صنعت و سهمی که این برانگیختگی‌ها می تواند در سیستم های نانو یا توصیف دقیق‌تر این سیستم ها داشته باشد، در نظر گرفتن سهم این برانگیختگی‌ها غیرقابل صرفنظر است [۴]. در این مقاله تا برانگیختگی‌های چهارقطبی برای هامیلتونین (۱) در نظر گرفته می‌شود. خاصیت آنتی فرومغناطیسی مربوط به این برانگیختگی در حالتهای نزدیک به حالت پایه، درستی وجود آن را ثابت می کند و محاسبات مربوط به این اثر را دیوژلنسکی محاسبه نموده است [۵]. همچنین در نانوذره‌های مغناطیسی Fe_8 و Mn_{12} با درنظرگرفتن سهم برانگیختگی‌های چهارقطبی نتایج به‌دست آمده با محاسبات عددی و نتایج آزمایشگاهی همخوانی بهتری دارد [۶,۷].

در بررسی کلاسیکی سیستم های فیزیکی، تعداد پارامترهای لازم برای توصیف ماکروسکپی کامل مگنت ها برابر با $4S$ است که S مقدار اسپین سیستم است. همچنین برای به‌دست آوردن معادلات کلاسیکی حرکت و توصیف دینامیک چندقطبی‌ها از حالت های همدوس استفاده می‌شود. این که چه نوع حالت همدوسی را در یک مسئله مورد استفاده قرار دهیم به تقارن عملگرهای موجود در مسئله بستگی دارد [۸,۹].

در این مقاله فرومغناطیس غیرهایزنبرگی با جمله غیرهمسانگردی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\hat{H} = -J\sum_i \left((\vec{S}_i\vec{S}_{i+1}) + \delta(\vec{S}_i^z\vec{S}_i^z.\vec{S}_{i+1}^z\vec{S}_{i+1}^z \right) \qquad (۱)$$

که $\vec{S}_i$ عملگر اسپین در شبکه مورد نظر، و δ ضریب غیرهمسانگردی است و جمع روی نزدیکترین همسایه‌های تبادلی گرفته می‌شود. این هامیلتونی مربوط به یک زنجیره اسپینی یک بعدی فرومغناطیسی می‌باشد.

در این مقاله هدف به‌دست آوردن معادلات کلاسیکی برای‌هامیلتونین (۱) و پیدا کردن جواب موج اسپین در برانگیختگی‌های خطی کوچک بالاتر از حالت خلاء (پایه) است. در نتیجه ابتدا حالتهای همدوس برای اسپین $S=1$ که همان حالتهای همدوس در گروه $SU(3)$ است را می نویسیم. برای به‌دست آوردن هامیلتونی کلاسیکی به مقادیر متوسط عملگرهای اسپینی احتیاج است، در ادامه این مقادیر همراه با رابطه کلاسیکی هامیلتونین اسپینی نوشته شده است. هامیلتونینی که در قسمت قبل محاسبه شده است را در معادلات کلاسیکی حرکت که با استفاده از انتگرال مسیر فاینمن روی حالتهای همدوس به‌دست آمده، جایگذاری می کنیم و در نهایت برای برانگیختگی‌های خطی کوچک بالاتر از حالت پایه، معادله موج اسپنی و معادله پاشندگی مربوطه را به‌دست می آوریم.

تئوری و محاسبات

در مکانیک کوانتمی، حالت های همدوس یک نوع خاصی از حالت های کوانتمی است که دینامیک آنها خیلی نزدیک به سیستم کلاسیکی متناظر است. در این مسئله برای در نظرگرفتن برانگیختگی‌های چهارقطبی از حالت های همدوس در گروه SU(3) استفاده می نماییم. در این گروه حالت پایه به صورت $(1,0,0)^T$ و حالت همدوس به صورت زیر بیان می‌شود: [10]

$$\begin{aligned} \left|\psi\right\rangle &= D^1(\theta,\varphi)e^{-i\gamma\hat{S}^z}e^{2ig\hat{Q}^{xy}}\left|0\right\rangle \\ &= C_0\left|0\right\rangle + C_1\left|1\right\rangle + C_2\left|2\right\rangle \end{aligned} \qquad (۲)$$

که $D^1(\theta,\varphi)$ تابع ویگنر و عملگر $\hat{Q}^{xy}$ مربوط به گشتاور چهار قطبی بوده و به صورت زیر می‌باشد:

$$\hat{Q}^{xy} = \frac{i}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (۳)$$

و ضرایب C_i ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} C_0 &= e^{i\varphi}\left(e^{-i\gamma}\sin^2\frac{\theta}{2}\cos g + e^{i\gamma}\cos^2\frac{\theta}{2}\sin g\right) \\ C_1 &= \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}\left(e^{-i\gamma}\cos g - e^{i\gamma}\sin g\right) \\ C_2 &= e^{-i\varphi}\left(e^{-i\gamma}\cos^2\frac{\theta}{2}\cos g + e^{i\gamma}\sin^2\frac{\theta}{2}\sin g\right) \end{aligned} \qquad (۴)$$

دو زاویه θ و φ که زاویه‌های اویلر هستند، جهت گیری بردار اسپین کلاسیک را مشخص می کنند. زاویه γ جهت گشتاور چهار قطبی را حول بردار اسپین و پارامتر g تغییر طول گشتاور چهارقطبی را مشخص می نماید. قابل ذکر است که دامنه تغییرات زاویه‌های φ,γ بین صفر تا 2π و زاویه θ بین $-\pi$ تا π

است. با توجه به رابطه (۲) و استفاده از انتگرال مسیر فاینمن برای این حالت همدوس لاگرانژین به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$L = \cos 2g\left(\cos\theta\varphi_t + \gamma_t\right) - H(\theta,\varphi,g,\gamma) \quad (۵)$$

که $x_t = \partial/\partial t$ و H هامیلتونین کلاسیکی سیستم است. البته هنگام به‌دست آوردن لاگرانژین سیستم اسپینی از طریق انتگرال مسیر، دو جمله دیگر نیز ظاهر می‌شود، جمله جنبشی که ویژگیهای فاز" بری" دارد از تداخل کوانتمی مسیرهای اینستانتون[1] به‌دست می آید و در پدیده‌هایی کوانتمی مانند تونل زنی اسپین سهم بسزایی دارد و جمله مرزی که به مقادیر مرزی مسیر بستگی دارد. این دو جمله در دینامیک کلاسیک برانگیختگی‌های اسپین نقشی ندارند و در این مقاله این دو جمله درنظر گرفته نشده است.

در اینجا معادل کلاسیکی بردار اسپین و حاصل ضرب های آن در هامیلتونین (۱) در نظر گرفته می‌شود. بردار

$$\vec{S} = \langle \psi | \vec{\hat{S}} | \psi \rangle \quad (۶)$$

به عنوان بردار اسپین کلاسیک و

$$Q^{ij} = \frac{1}{2}(\hat{S}_i\hat{S}_j - \hat{S}_j\hat{S}_i - \frac{4}{3}\delta_{ij}I) \quad (۷)$$

را به عنوان مولفه‌های گشتاور چهارقطبی در نظر می گیریم. با توجه به اینکه حالت همدوس را می توان به صورت حاصلضرب حالتهای همدوس تک گره ای نوشت، یعنی $|\psi\rangle = \prod_i |\psi_i\rangle$، در نتیجه عملگرهای اسپین در حالت پایه کلاسیکی در هامیلتونین های غیر تک یونی در گره‌های مختلف با هم جابجا می شوند، و می توان نوشت:

$$\langle \psi | \hat{S}_n^i \hat{S}_{n+1}^j | \psi \rangle = \langle \psi | \hat{S}_n^i | \psi \rangle \langle \psi | \hat{S}_{n+1}^j | \psi \rangle \quad (۸)$$

که $|\psi\rangle = |\psi\rangle_n |\psi\rangle_{n+1}$ می‌باشد.

مقادیر متوسط اسپین در گروه SU(3) به صورت زیر محاسبه می‌شود:[11]

$$\begin{aligned} S^+ &= e^{i\varphi}\cos 2g \sin\theta \\ S^- &= e^{-i\varphi}\cos 2g \sin\theta \\ S^z &= \cos 2g \cos\theta \\ S^2 &= \cos^2 2g \end{aligned} \quad (۹)$$

و همچنین

$$Q^{zz} = ۱ - \frac{۱}{۲}\sin^۲\theta + \frac{۱}{۲}\sin^۲\theta\cos ۲\gamma \sin ۲g$$

$$\begin{aligned} q^۲ &= \sin^۲ ۲g \\ S^۲ &= \cos^۲ ۲g \\ q^۲ + S^۲ &= ۱ \end{aligned} \quad (۱۰)$$

اگر از عبارات فوق برای‌هامیلتونین (۱) در حد کلاسیک استفاده نماییم، حد پیوسته کلاسیکی هامیلتونین در گروه SU(3) به صورت زیر به‌دست می آید:

$$\begin{aligned} &H_{cl} = \\ &-J\int \frac{dx}{a_0}\Big\{\cos^2 2g + \frac{\delta}{4}(\cos^2\theta + \sin 2g \cos 2\gamma \sin^2\theta)^2 \\ &-\frac{a_0^2}{2}((\theta_x^2 + \varphi_x^2 \sin^2\theta)\cos^2 2g + 4g_x^2 \sin^2 2g\Big\} \end{aligned} \quad (۱۱)$$

که a_0 فاصله تعادلی دو گره در زنجیر اسپینی است. برای اینکه معادلات کلاسیکی حرکت را به‌دست آوریم، هامیلتونین های کلاسیکی فوق را در معادلات حرکتی که با استفاده از لاگرانژین به‌دست می آید قرار می دهیم، در نهایت معادلات به صورت زیر به‌دست می آید :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\omega_0}\varphi_t = \delta\cos\theta(-\cos^2\theta\sec 2g + \cos 2\gamma(\cos 2\theta \\ &+\cos 2\gamma \sin 2g \sin^2\theta)\tan 2g) \\ &-\cos 2g(\theta_{xx}\csc\theta + \varphi_x^2\cos\theta)a_0^2 \\ &\frac{1}{\omega_0}\theta_t = -\frac{\delta}{2}\sin 2\theta \sin 2\gamma(\cos^2\theta \\ &+\cos 2\gamma \sin 2g \sin^2\theta)\tan 2g + \varphi_{xx}a_0^2\cos 2g \sin\theta \\ &\frac{1}{\omega_0}g_t = \frac{\delta}{2}\sin^2 2g \sin 2\gamma \sin^2\theta(\cos^2\theta \\ &+\cos 2\gamma \sin 2g \sin^2\theta) \\ &\frac{1}{\omega_0}\gamma_t = (\cos 2g(-4 + \delta\cos^2 2\gamma \sin^4\theta) \\ &+\delta\cos^2\theta(\cos^2\theta\sec 2g + \cos 2\gamma(\cot 2g \sin^2\theta \\ &-(\cos 2\theta + \cos 2\gamma \sin 2g \sin^2\theta)\tan 2g))) \\ &+(\cos 2g(-8g_x^2 + 2\theta_{xx}^2 - 1/2\varphi_x^2(-3 + \cos 2\theta) \\ &+\theta_{xx}\cot\theta) - 4g_{xx}\sin 2g)a_0^2 \end{aligned} \quad (۱۲)$$

که $\omega_0 = \hbar a_0$ و اندیس t در متغیرهای معادلات بالا، $\frac{\partial}{\partial t}$ می‌باشد.

این معادلات به طور کامل دینامیک غیرخطی را تا برانگیختگی چهارقطبی هامیلتونین مسئله توصیف می کند. جواب این معادلات سالیتونهای مغناطیسی است. با صرفنظر کردن از برانگیختگی‌های چهارقطبی $(g=0)$، این معادلات به معادله لندو-لیف شیدز تبدیل

[1] Instanton

می‌شود. بنابراین این معادلات در مقایسه با معادله لندو–لیف شیدز کامل تر بوده و درجات آزادی بیشتری را شامل می‌شود. قابل توجه است که جواب این معادلات شکلهای مختلف سالیتونی را در بر می گیرد.

برای بررسی فرومغناطیس های با هامیلتونین های غیرهمسانگرد، ضروری است تا حالت پایه کلاسیکی این مگنت‌ها را به‌دست آوریم. پس در هامیلتونین فوق فقط جملات بدون مشتق را در نظر می‌گیریم:

$$H_0 = -J\int \frac{dx}{a_0}(\cos^2 2g + \frac{\delta}{4}(\cos^2\theta + \sin 2g\cos 2\gamma \sin^2\theta)^2) \qquad (۱۳)$$

برای یافتن کمترین مقدار H_0 از آن نسبت به تمام متغیرها مشتق می گیریم. در نتیجه برای $\delta > 0$حالت پایه در نقاط زیر خواهد شد.

$$\gamma = \frac{\pi}{2}, \qquad \theta = 0, \qquad g = 0 \qquad (۱۴)$$

در این شرایط مقادیر متوسط اسپین برابر با مقادیر زیر خواهد شد:

$$\langle S^+ \rangle = \langle S^- \rangle = 0, \langle S^z \rangle = 1 \qquad (۱۵)$$

و کمترین مقدار انرژی برابر با

$$H_{\min} = \frac{J}{a_0}(1 + \frac{\delta}{4}) \qquad (۱۶)$$

می‌شود.

در این مقاله فقط پاشندگی موج اسپینی منتشر شده در نزدیکی حالت پایه بررسی می‌شود، به همین منظور برانگیختگی خطی کوچک بالاتر حالت پایه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} &\theta \to \frac{\pi}{2} - \theta \\ &2\gamma \to \pi + \gamma \\ &2g \to g_0 + g \end{aligned} \qquad (۱۷)$$

در این شرایط معادلات کلاسیکی حرکت به صورت زیر تغییر می کند:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\omega_0}\varphi_t = -\delta(\sec g_0 + \tan g_0)\sin g_0 \theta + \cos g_0 \theta_{xx} a_0^2 \\ &\frac{1}{\omega_0}\theta_t = -\cos g_0 \varphi_{xx} a_0^2 \\ &\frac{1}{\omega_0} g_t = -\frac{\delta}{2}\gamma \sin g_0 \\ &\frac{1}{\omega_0}\gamma_t = (4-\delta)g + 4 g_{xx}\sin g_0 a_0^2 \end{aligned} \qquad (۱۸)$$

این معادلات نشان می دهد که برای فرومغناطیس های غیرهمسانگرد، طول مقدار میانگین گشتاور چهارقطبی تغییر می کند. همچنین دینامیک برانگیختگی‌های چهارقطبی در فرومغناطیس های غیرهایزنبرگی غیرهمسانگرد دارای دو جمله می‌باشد یکی دینامیک چرخشی و دیگری مربوط به تغییر طول گشتاور چهارقطبی می‌باشد. برای به‌دست آوردن معادله پاشندگی، توابع θ و φ و γ و g را به صورت امواج تخت در نظر می گیریم.

با جایگذاری در معادلات خطی شده بالا، معادله پاشندگی زیر برای امواج اسپینی نزدیک حالت پایه به‌دست می آید:

$$\begin{aligned} &\omega_1^2 = \omega_0^2 k^2 a_0^2(\delta(\sin g_0 + \sin^2 g_0) + k^2 a_0^2 \cos^2 g_0) \\ &\omega_2^2 = \omega_0^2 \frac{\delta}{2}\sin g_0((4-\delta) - 4k^2 a_0^2 \sin g_0) \end{aligned} \qquad (۱۹)$$

از روابط فوق نتیجه می‌شود که هر دو شاخه دوقطبی و چهارقطبی در گروه SU(3) برای هامیلتونین (۱) پاشنده می‌باشد.

نتیجه‌گیری

ما در این مقاله معادلاتی که‌هامیلتونین یک بعدی غیر همسانگرد غیرهایزنبرگی را توصیف می کنند با استفاده از حالتهای همدوس در گروه SU(3) به‌دست آوردیم . نشان دادیم که برای برانگیختگی‌های خطی کوچک از حالت پایه هر دو شاخه مربوط به برانگیختگی‌های دوقطبی و چهارقطبی دارای پاشندگی متفاوت است. همچنین نشان دادیم که برای فرومغناطیس های غیر همسانگرد، اندازه گشتاور چهارقطبی متوسط ثابت نیست $(g_t \neq 0)$ و دینامیک آن نه تنها شامل دینامک چرخشی حول بردار اسپین کلاسیک است $(\gamma_t \neq 0)$، بلکه شامل دینامیک دیگری که مربوط به تغییر طول گشتاور چهارقطبی می‌شود نیز است .

منابع

[1]. Kh. O. Abdulloev and Kh. Kh. Muminov, “Semiclassical description of anisotropic magnets acted upon by constant externalmagnetic fields,” *Physics of the Solid State*, vol. 36, no. 1, pp. 93–97, 1994.

[2].B. A. Ivanov, A. Yu. Galkin, R. S. Khymyn, and A. Yu.Merkulov, “Nonlinear dynamics and two- dimensional solitons for spin *S*=1 ferromagnets with biquadratic exchange,” *Physical Review B*, vol. 77, no. 6, Article ID 064402, 2008.

[3]. Yu. A. Fridman, O. A. Kosmachev, A. K. Kolezhuk, and B. A. Ivanov, “Spin nematic and antinematic states in a spin-3/2 isotropic non-Heisenberg magnet,” *Physical Review Letters*, vol. 106, no. 9, Article ID 097202, 4 pages, 2011.

[4]. E. L. Nagaev, “Anomalous magnetic structures and phase transitions in non-Heisenberg magnetic materials,” *Soviet Physics Uspekhi*, vol. 25, p. 31, 1982.

[5].I. Dzyaloshinskii, “External magnetic fields of antiferromagnets,” *Solid State Communications*, vol. 82, no. 7, pp. 579–580, 1992.

[9]. N. A. Mikushina and A. S. Moskvin, “Dipole and quadrupoleskyrmions in *S*= 1 (pseudo)spin systems,” *Physics Letters A*, vol. 302, no. 1, pp. 8–16, 2002.
[10].Kh. O. Abdulloev and Kh. Kh. Muminov, “Accounting of quadrupole dynamics of magnets with spin,” *Proceedings of Tajikistan Academy of Sciences*, no. 1, pp. 28–30, 1994 (Russian).
[11]. KhikmatMuminov and YousefYousefi, “Semiclassical Description of Anisotropic Magnets for Spin S=1”, *Advanced in condenced matter physics*, Volume 2012 (2012), Article ID 749764, 3 pages, doi:10.1155/2012/749764.
[6]. Yousef Yousefi and KhikmatKh. Muminov, “Quadrupole Excitation in Tunnel Splitting Oscillation in Nanoparticle Mn12”, *Advanced in condenced matter physics*, Volume 2012 (2012), Article ID 530765, 4 pages,doi:10.1155/2012/530765.
[7]. M. S. Foss-Feig and J. R. Friedman, “Geometric-phase-effect tunnel-splitting oscillations in single-molecule magnets with fourth-order anisotropy induced by orthorhombic distortion,” *Europhysics Letters*, vol. 86, no. 2, Article ID 27002, 2009.
[8]. V. S.Ostrovskii, *Soviet Physics JETP*, vol. 64, no. 5, p. 999, 1986.